

# Matematik B

## Undervisningsvejledning, GU

### September 2011

Vejledningen indeholder uddybende og forklarende kommentarer til læreplanens enkelte punkter. Citater fra læreplanen er anført i kursiv.

#### Introduktion

På fagets side på emu.dk er der placeret yderligere forløb og materialer til inspiration.

#### *1. Fagets rolle*

*Faget bygger på abstraktion, logisk tænkning og ræsonnementer og omfatter en lang række metoder til modellering og problembehandling. Faget beskæftiger sig både med teoretiske og anvendelsesorienterede emner. Fagets anvendelsesorienterede dimension består i, at der ved hjælp af matematiske teorier og modeller beskrives, analyseres og vurderes på tekniske, naturvidenskabelige, økonomiske og samfundsmæssige emner og relationer alt efter den uddannelse, som faget indgår i.*

Matematikken skal bl.a. indgå i samspil med andre fag og som et redskab ved løsning af problemstillinger inden for de øvrige naturvidenskabelige fag. Endvidere skal der i undervisningen arbejdes med fagets teoretiske og ræsonnerende sider. De metoder, der anvendes i forbindelse med matematikundervisningen, er centrale i forbindelse med al udvikling og efterprøvning af teknisk og teknologisk viden, ved opstilling af økonomiske modeller og anvendelse af prognoser til beslutninger og styring. Eleven lærer at give en vurdering af matematikkens anvendelse i dagligdagen.

I matematik anvendes it-værktøjer som naturlige hjælpemidler. Eleven anvender matematiske begreber, metoder og informationsteknologiske hjælpemidler i forbindelse med formulering, analyse og løsning af teoretiske og praktiske problemer.

## **2. Fagets formål**

### **2.1 Viden og færdigheder**

*Eleverne skal have en sådan viden om matematiske begreber og færdigheder i at anvende fagets arbejdsmetoder, at de kan forstå, anvende og kommunikere om matematik i sammenhænge, der vedrører dagligliv, samfundsliv og naturforhold. De skal have indsigt i, hvorledes matematik kan bidrage til at erkende, formulere og behandle problemer inden for forskellige fagområder, såvel som indsigt i matematisk ræsonnement.*

Undervisningen i faget skal medvirke til at udvikle elevens faglige nysgerrighed og mod til at gå i gang med anvendelse af faget ved modellering af autentiske problemstillinger og styrke refleksionen over egen læring. Desuden er det vigtigt, at elevens forståelse af, at matematik optræder som et redskab overalt i dagligdagen og i medierne, øges.

### **2.2 Lærings- og arbejdskompetencer**

*Eleverne skal have fagligt grundlag for at erfare, at matematik både er et redskab til problemløsning og til kreativ virksomhed. Eleverne skal have fagligt grundlag for at tilegne sig ny viden om faget og have bevidsthed om de muligheder, som faget rummer. Eleverne skal kunne tage et medansvar for egen læring, og have tilstrækkelige kompetencer til at kunne gennemføre en videregående uddannelse, hvori matematik indgår.*

Det er hensigten at eleverne skal opnå studiekompetencer der ruster til den selvstændighed og evne til samarbejde der er nødvendig på videregående uddannelse. Dette skal afspejles i undervisningsformerne.

### **2.3 Personlige og sociale kompetencer**

*Eleverne skal kunne forstå og anvende matematik i forskellige sammenhænge og i personlige og sociale sammenhænge kunne strukturere, abstrahere og tænke logisk. Eleverne skal selvstændigt og i fællesskab kunne finde egne løsningsmetoder gennem undersøgende og problemløsende aktiviteter. I tilknytning hertil skal eleverne være i stand til at kunne forholde sig til andres brug af matematik.*

Eleven vil gennem en progression i arbejdsformerne fra den lærerstyrede undervisning til gruppearbejde omkring projekter med efterfølgende præsentation kunne opbygge personlige såvel som sociale kompetencer.

#### **2.4 Kulturelle og samfundsmæssige kompetencer**

*Eleverne skal have fagligt grundlag for at opleve og erkende matematikkens rolle i en kulturel og samfundsmæssig sammenhæng. Eleverne skal være i stand til at forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse med henblik på at tage ansvar og øve indflydelse i et demokratisk samfund.*

Gennem arbejdet med matematiske modeller, herunder økonomiske og statistiske modeller, og disses begrænsninger vil eleven kunne opnå indsigt i matematikkens rolle i samfundet.

### **3. Læringsmål og indhold**

#### **3.1 Læringmål**

Læringsmålene er de overordnede retningslinjer for og krav til undervisningen. Det er slutmålene for de tre års undervisning i faget, der er angivet. Alle målene skal nås, og rækkefølgen er ikke udtryk for en prioritering af målene. Det kan være en idé at opdele de endelige mål i nogle delmål, der gradvis opfyldes. Hvorvidt eleven har opfyldt fagets slutmål, undersøges ved de afsluttende prøver. Her bedømmes eleven i forhold til bedømmelseskriterierne, som kan betragtes som en operationalisering af fagets mål i forhold til evalueringen. Læringsmålene er derfor styrende for undervisningens indhold.

*Eleverne skal kunne:*

- a) *håndtere simple formler, herunder kunne oversætte mellem symbolholdigt og naturligt sprog, kunne redegøre for foreliggende symbolholdige beskrivelser af variablsammenhænge og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse simple problemer med matematisk indhold,*

Håndtering af variablsammenhænge introduceres bedst gennem eksemplarisk materiale, der giver eleverne fortrolighed med matematisk notation, definitioner og begreber. I arbejdet med formler, ligninger og symbolholdige udtryk vælges et eksempel materiale, så eleverne får indtryk af

matematikens mange anvendelser i andre fag, samt af matematikkens beskrivelseskraft i håndtering af sammenhænge mellem variable, der er knyttet til virkelige fænomener. Inddragelse af matematik-historiske perspektiver på matematikkens anvendelse af symbolholdigt sprog kan give eleverne indsigt i, hvorledes matematikkens symbolholdige sprog er trådt ind på scenen som et værktøj, der kan sammenfatte antagelser og viden fra matematik selv eller fra andre fag i kompakt form.

b) *behandle et talmateriale ved hjælp af statistiske metoder og formidle resultater og konklusioner,*

Statistik er videnskaben om indsamling, håndtering og fortolkning af data fra omverden. Selv på et elementært niveau skal statistik ofte forholde sig til ubearbejdede data, og det ligger i fagområdets natur, at statistiske konklusioner ikke kan opnås og præsenteres med samme grad af sikkerhed, som man ellers er vant til i den øvrige del af matematikundervisningen. Dette skal præge undervisningen, så eleverne får et tydeligt indtryk af statistikkens særlige karakter. Overalt præsenteres vi for oplysninger og påstande, der baserer sig på forskellige mængder og typer af data. Eleverne skal kunne præsentere et observationssæt på en hensigtsmæssig måde, således at enkle konklusioner kan uddrages.

c) *redegøre for og løse simple geometriske problemstillinger,*

Her kan med fordel anvendes forskellige tilgange. En opgave kan stilles ud fra tekstoplysninger, hvorefter eleverne skal tegne en trekant og beregne manglende størrelser. En opgave kan også tage udgangspunkt i givne tegninger, hvor det er elevernes opgave at udtrække de oplysninger der skal benyttes til at foretage en matematisk behandling.

d) *gennemføre modelleringer og demonstrere forståelse af modellens rækkevidde,*

Eleven kan arbejde med en bred vifte af modeller. Statistiske modeller kan anvendes til beskrivelse af et konkret datamateriale, såsom fordelingen af højder i klassen eller på skolen. Det kunne også være andet realistisk datamateriale fremskaffet via samarbejde med andre fag, for eksempel samfundsfag, idræt, biologi eller fysik.

Geometriske modeller kan anvendes i en lang række konkrete situationer. Eleven kan eksempelvis bruge trekantsberegninger til at bestemme højden af en flagstang eller en bakke i naturen.

Et datamateriale kan søges modelleret via regression. Her undersøges om materialet eventuelt kan beskrives ved en lineær-, en eksponentiel- eller en potenssammenhæng. Modellens gyldighedsområde indgår naturligt i denne situation. Et eksempel på frembringelse af et datamateriale kunne være en simulering af radioaktivt henfald ved kast med 100 terninger. En kerne er henfaldet hvis udfaldet er en 6'er. Fjern alle 6'ere, notér antal tilbageværende terninger og gentag eksperimentet. Anvend eksponentiel regression til at opstille en model for henfaldet. Se afsnit 6.1 og 6.2 for yderligere information og inspiration.

e) *anvende og fortolke forskellige repræsentationer af matematiske begreber,*

Med dette menes forskellige måder at beskrive eller udtrykke det samme begreb.

Et eksempel med forskellig notation for samme begreb kunne være begrebet "differentialkvotient", hvor man kan skrive  $dy/dx$  eller  $f'(x)$ , osv.

f) *demonstrere kendskab til matematisk tankegang, kunne gennemføre simple matematiske ræsonnementer og udføre enkle beviser,*

Eleverne skal så tidligt som muligt stifte bekendtskab med matematikkens opbygning i forudsætninger (aksiomer), definitioner og sætninger. De skal kunne forstå og fremlægge væsentlige ideer i en række beviser indenfor de forskellige områder af faget.

Der skal arbejdes systematisk med det matematiske ræsonnement igennem hele forløbet, således at eleven opnår en fortrolighed med "hvad vides", "hvad forudsættes" og "hvad skal bestemmes".

Denne træning sker gennem mundtlig fremstilling såvel som gennem skriftlige afleveringsopgaver og rapporter.

Det er vigtigt, at matematik ikke blot behandles som et "metodefag", hvor forskellige teknikker læres udenad eller hvor IT løser problemerne for eleven. Det matematiske bevis og tilegnelsen af dette giver en indsigt i fagets natur ligesom det øger forståelsen for hvorfor netop den pågældende sætning er sand.

g) *anvende matematiske teorier og metoder til at formulere, matematisere, analysere og løse praktiske problemer,*

En af styrkerne ved matematikken er fagets evne til ved hjælp af modeller at kunne løse konkrete problemstillinger. For at kunne opstille en matematisk model er det nødvendigt at gøre sig klart hvad man ønsker modelleret. Derefter skal problemet matematiseres, dvs. der skal indføres variable som beskriver det pågældende problem. Det kunne være variable som tid, masse, antal eller andet. Når problemet er omformet til en matematisk form kan matematiske metoder benyttes til at give en matematisk løsning, som så skal transformeres tilbage til det oprindelige problem. Det er vigtigt at forholde sig til modellens gyldighed under denne transformation.

h) *formidle matematiske metoder og resultater præcist,*

Det er vigtigt, at eleverne opnår fortrolighed med formidling af matematikkens struktur og korrekt matematisk sprogbrug, samt med de metoder der anvendes. Den skriftlige formidling trænes systematisk gennem afleveringsopgaver samt tema- og projektrapporter. Den mundtlige formidling kan ske gennem fremlæggelser for klassen. Det kan være ved gennemgang af et matematisk bevis, fremlæggelse af en rapport eller af en PowerPoint præsentation.

i) *demonstrere viden om matematikanvendelse inden for udvalgte områder, herunder viden om anvendelse i behandling af en mere kompleks problemstilling, og*

Der kan laves projektførløb eller temaforløb hvor matematik anvendes. Det kunne for eksempel være i forbindelse med afkøling af en kop varm chokolade, hvor Newtons afkølingslov anvendes som model. Det kunne efterfølgende give anledning til en diskussion af mere komplekse problemer som for eksempel havenes afkøling og klimamodeller, uden at disse modeller dog gennemgås i detaljer.

j) *anvende it-værktøjer til løsning af givne matematiske problemer fra kernestoffet og i umiddelbar forlængelse heraf.*

Som it-værktøj kan eksempelvis anvendes programmer som Maple eller MathCAD. Disse giver mulighed for både at foretage matematiske operationer, tegne grafer og skrive tekst. Endelig kan programmerne benyttes hvis eleverne skal løse ligninger ikke kan løses analytisk.

Dynamiske programmer som Graph og GeoGebra er mindre, men kan downloades på internettet, og kan være gode til at fremme elevernes visuelle forståelse. Eksempelvis kan GeoGebra benyttes til at tegne en forskrift for et andengradspolynomium, hvorefter der kan justeres på koefficienterne  $a$ ,  $b$  og  $c$ , og det vises dynamisk hvilken indvirkning det har på polynomiet.

Det kan anbefales at man ikke laver længerevarende introduktionsforløb til it-værktøjer, da det lærte hurtigt glemmes. Derimod anbefales at man løbende viser eleverne hvordan et program kan anvendes i det netop lærte stof. Det fremmer også elevernes motivation og er med til at variere undervisningen. Endelig anbefales, at der ikke bruges for megen undervisningstid på it det første halve år, da eleverne risikerer at miste forståelse, fordi de tænker: ”Det løser vi bare på computer”.

### **3.2 Kernestof**

*Kernestoffet er:*

- a) *regningsarternes hierarki, det udvidede potensbegreb, ligningsløsning med analytiske og grafiske metoder, procent- og rentesregning, samt renteformlen,*

Denne del af kernestoffet er ikke tænkt som et afgrænset forløb, hvor eleverne udelukkende træner opgaver i ”at regne”. Derimod er det medtaget for at fastholde fokus på nævnte emner, der er en vigtig forudsætning for at kunne opnå mange af de matematiske kernekompetencer. Eksempler er manipulation med tal og bogstaver i bevisførelse, forståelse for grundmængdens størrelse ved modellering osv. Der indgår brugen af parentesreglerne og udregning af flerleddede udtryk såsom kvadratet på en toleddet størrelse og to tals sum gange to tals differens. Potensregneregler både med rationel og hel eksponent. Ligeledes indgår de grundlæggende regler for løsning af ligninger og uligheder, herunder bestemmelse af grundmængde og løsningsmængde og korrekt brug af matematisk notation. Begrebet numerisk værdi introduceres, og eleverne løser ligninger, hvor numeriske størrelser og rodtegn indgår.

Under procentregning forventes det bl.a. at indekstal behandles, og i forbindelse med renteformlen skal gennemsnitlig rente, samt omregning af rente mellem forskellige tidsrum indgå.

Det kan under indøvning af elementære regneregler og færdigheder være en god ide at variere mellem traditionel opgaveregning og brug af IT, som for eksempel PMHs interaktive matematiksider. Se afsnit 6.2.

b) *beskrivende statistik med ugrupperede og grupperede observationssæt (variable) – herunder grafisk beskrivelse, kvartilsæt og middeltal,*

Deskriptiv (beskrivende) statistik arbejder med metoder til at håndtere usikkerhed. En fordel ved statistik er den direkte anvendelse på ting der observeres i hverdagen, og som så kan vurderes ud fra statistiske metoder. Eleverne skal altså møde mange forskellige eksempler. Ved hjælp af deskriptorerne middeltal, typetal, typeinterval og kvartilsæt skal de kunne drage konklusioner omkring det statistiske datasæt. Eleverne skal have kendskab til de grafiske beskrivelser ved hjælp af stolpediagram, histogram og sumkurve.

c) *forholdsregninger i ensvinklede trekanter og trigonometriske beregninger i vilkårlige trekanter,*

Cosinus, sinus og tangens introduceres med præcise definitioner ud fra enhedscirklen, og ikke alene som et beregningsværktøj. Eleverne skal have kendskab til beregningsmetoder i ensvinklede trekanter, samt i retvinklede trekanter. Eleverne skal have kendskab til sinus- og cosinusrelationerne, ligesom det forventes, at de har kendskab til begreberne højde, median og vinkelhalveringslinje i vilkårlige trekanter.

Som hjælp til beregninger og opstilling af figurer kan tidligere nævnte dynamiske geometri-programmer benyttes.



d) *analytisk geometri – herunder analytisk beskrivelse af linjer og cirkler samt afstandsberregning mellem punkter og mellem punkt og linje,*

Eleverne skal kunne følgende:

- Opstille og omskrive ligninger for cirkler samt bestemme tangenter til cirkler
- Bestemme skæringspunkter mellem linjer, og mellem linjer og cirkler
- Bestemme afstand mellem to punkter og fra punkt til linje
- Ud fra en given linje bestemme en ligning for den ortogonale linje
- Bestemme vinkel mellem to linjer

e) *grundlæggende egenskaber og grafiske forløb for polynomier, eksponentielle funktioner, logaritmefunktioner og potensfunktioner*

I forbindelse med funktioners grundlæggende egenskaber, skal eleverne bl.a. kende følgende:

- Definitions- og værdimængde, monotoniforhold, lokale og globale ekstrema samt eventuelle asymptoter.
- Sammenhængen mellem graden af et polynomium og antallet af rødder
- Diskriminanten for et andengradspolynomium og dens betydning for toppunkt og antal rødder
- Betydningen af konstanterne  $a$ ,  $b$  og  $c$  i andengradspolynomiet  $P(x) = ax^2 + bx + c$
- Betydningen af konstanterne  $a$  og  $b$  i den eksponentielle funktion  $f(x) = b \cdot a^x$  og omskrivningen mellem udtrykket  $a^x$  og udtrykket  $e^{kx}$
- Begreberne fremskrivningsfaktor, vækstrate, fordoblings- og halveringskonstant
- Regneregler for logaritmefunktioner
- Betydningen af konstanterne  $a$  og  $b$  i potensfunktionen  $f(x) = b \cdot x^a$
- Sammenhængen mellem procentisk vækst for afhængig og uafhængig variabel for potensfunktioner.

f) *grafisk fremstilling af datamateriale, lineære modeller, eksponentielle modeller og potensmodeller, anvendelse af regression*

Enkelt- og dobbeltlogaritmisk papir introduceres, og anvendelsen eksemplificeres.

Styrker og svagheder ved regressionskoefficienten kan diskuteres. Ved påvisning af eksponentiel- eller potenssammenhæng arbejdes med afbildning af funktioner i logaritmiske koordinatsystemer. Her kan Graph være et godt værktøj.

g) *definition og fortolkning af differentialkvotient, herunder væksthastighed, monotoniforhold, ekstrema, tangenter og optimering, afledet funktion for polynomier, eksponentielle funktioner, den naturlige logaritmefunktion og potensfunktioner samt differentiation af  $f + g$ ,  $f - g$ ,  $k \cdot f$  og  $f \cdot g$ , og*

Begrebet grænseværdi skal ikke gives en selvstændig behandling. I forbindelse med behandlingen af emnet differentialkvotient skal grænseværdi inddrages i det omfang det er nødvendigt for at kunne gennemføre de matematiske argumenter der hører til emnet.

Differentialkvotientens fortolkning som hældningskoefficient for tangenten til grafen for en funktion  $f$  i et givet punkt behandles ligesom tangentligningen skal udledes.

Begrebet kontinuitet skal behandles i det omfang det er nødvendigt for at kunne bruge  $f'(x)$  til at bestemme monotoniforhold samt lokale og globale ekstrema. Med udgangspunkt i praktiske problemstillinger illustreres hvordan differentialkvotienten kan anvendes i forbindelse med bestemmelse af lokale og- eller globale ekstrema. Et eksempel kunne være at en coladåse med fast volumen 0,33cl skal designes således at overfladearealet bliver mindst muligt. Hvordan skal dåsen dimensioneres, og hvordan kan differentialregning anvendes til løsning af dette problem?

h) *stamfunktion for polynomier og eksponentielle funktioner, samt de generelle regler for integration af  $f + g$ ,  $f - g$  og  $k \cdot f$ , ubestemte og bestemte integraler, anvendelse af integralregning til arealberegning af punktmængder begrænset af grafer for ikke-negative funktioner.*

Eleverne forventes at kunne beregne arealer i situationer hvor grafen ligger over  $x$ -aksen, ligesom arealer afgrænset af to grafer indgår. Arealbestemmelse omfatter også arealer afgrænset af stykkevis definerede funktioner, hvorfor eleverne skal have kendskab til indskudssætningen. It-værktøjer kan anvendes til at visualisere afgrænsede områder og til at beregne disse arealer.

### **3.3 Supplerende stof**

*Eleverne vil ikke kunne opfylde læringsmålene alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof i matematik B skal udfylde ca. 25 pct. af fagets timetal. Det skal perspektivere og uddybe kernestoffet, udvide den faglige horisont og give plads til lokale ønsker og hensyn på den enkelte skole. Eleverne skal gennem arbejdet med det supplerende stof erkende, at matematiske tankegange og metoder kan anvendes i samspil med andre fag og opnå erfaring med identifikation af problemstillinger, opstilling af modeller samt løsning af disse. Det supplerende stof skal ligesom kernestoffet i videst muligt omfang perspektiveres til grønlandske og internationale forhold.*

Da den enkelte skole udbyder forskellige studieretninger, anbefales at der vælges forløb som underbygger den valgte studieretning. Det er ved hjælp af det supplerende stof at man virkelig kan motivere eleverne og lade dem have medindflydelse på deres skolegang.

*Det supplerende stof skal blandt andet omfatte:*

a) *bearbejdning af talmateriale fra andre fagområder eller kilder,*

Her kunne eksempelvis inddrage datamateriale fra erhvervsøkonomi, samfundsfag, idræt, biologi eller fysik. Se afsnit 6.1 og 6.2 for inspiration.

b) *ræsonnement og bevisførelse, og*

Her kunne man lave et forløb med sigte på at gennemgå et eller flere centrale beviser indenfor et af matematikkens områder. Man kunne for eksempel inddrage et forløb, hvor man i detalje beviser Rolles sætning samt middelværdisætningen og dermed får bevis for, hvordan  $f'(x)$  kan anvendes til bestemmelse af monotoniforhold.

c) *matematisk modellering.*

Her kunne man eksempelvis se på en model for afkøling. Man ved fra kriminalsager, at dødstidspunktet for et offer med en vis sikkerhed kan fastslås ved at måle afdødes nuværende temperatur. For et autentisk materiale kan man for eksempel se på en nyligt afdød sæl, måske i

samarbejde med biologi, eller man kan måle på afkølingen af en kande varmt vand i samarbejde med fysik. Den matematiske opstillede model kan testes mod de målte data (det varme vand). Den kan også anvendes til at anslå sælens dødstidspunkt, hvis man ikke kender det i forvejen. For en mere uddybende beskrivelse, se afsnit 6.1 og 6.2, hvor også andre ideer vil kunne findes.

*Endvidere skal der indgå mindst ét af nedenstående emner:*

Nedenfor gives en række forslag, men man kan sagtens selv sammensætte et forløb indenfor et selvvalgt område, ligesom man frit kan vælge blandt punkterne d), e) og f).

*a) matematisk-historisk emne,*

Her kunne man eksempelvis vælge

- Matematikken på babyloniernes tid
- Matematikken på Newtons tid
- Klassisk geometri og trigonometri

*b) matematisk-økonomisk emne, eller*

Her kunne man eksempelvis vælge

- Annuitetsregning
- Lineær programmering

*c) matematisk-teknisk emne*

- Geometriske og trigonometriske beregninger i plane og rumlige figurer
- Trigonometriske funktioner og beskrivelse af tidevand.
- Trigonometriske funktioner og elektronikkredsløb
- Komplekse tal i elektronikken

#### **4. Undervisningens tilrettelæggelse**

##### **4.1 Didaktiske principper**

*a) undervisningen skal tage udgangspunkt i elevernes faglige niveau og viden,*

Det er væsentligt at udgangspunktet tages i elevernes faglige forudsætninger fra folkeskolen i Grønland, og at det ikke antages at niveauet i Danmark og Grønland er ens. Der skal tages hensyn til den enkelte elev, og det kan ikke antages at klassen har samme faglige niveau.

*b)undervisningen tilrettelægges, så den i videst muligt omfang har karakter af en læringsdialog mellem lærer og elever,*

Læreren må differentiere sin undervisning, så hver elev får bedst muligt udbytte.

*c)undervisningen tilrettelægges, så der veksles mellem forskellige undervisningsformer,*

I nogle sammenhænge er det nødvendigt at se matematikken opbygget aksiomatisk med definitioner, sætninger og beviser. I andre sammenhænge er det vigtigt, at eleven selv søger, bearbejder og anvender informationer og selv reflekterer således at læring opnås.

Det vil være hensigtsmæssigt, at undervisningen i starten er meget præget af induktive metoder. Således føler eleven behov for at få ny viden, hvilket berettiger at nyt stof må introduceres. Senere i forløbet sker en udvidelse af den tid der anvendes til deduktiv undervisning. Der sigtes mod undervisningsformer med maksimal elevaktivitet.

*d)undervisningen tilrettelægges, så elevernes interesser og behov tilgodeses, så eleverne får mulighed for at opleve faget som spændende, relevant og vedkommende,*

Et middel til dette, kan være at bryde stereotypen ”læreren står ved en tavle, eleverne sidder i hestesko/på rækker ved borde og lytter”. Eleverne må opleve forskellige læringsrum, og se læreren i forskellige roller – som sparringspartner, træner, konsulent osv. Der må være gruppearbejde, pararbejde, individuelt arbejde, fremlæggelser ved tavle, på plakater, ved skærmpresentationer og lignende.

*e)undervisningen tilrettelægges, så der både er faglig progression i de enkelte forløb og temaer såvel som progression i udvikling af fagsprog og terminologi, så eleven gradvist opøves i mere selvstændige arbejdsformer og kompleks tænkning, og*

Det er vigtigt, at der er progression fra den helt simple talbehandling til den mere abstrakte modellering, og det er vigtigt at arbejdsformerne varieres fra det lærerstyrede til det elevstyrede og at indholdet går fra det stoforienterede til det problemorienterede.

f) undervisningen tilrettelægges, så der i videst muligt omfang perspektiveres til det omgivende samfund.

Eksempler kan handle om indlandsis, temperaturvariationer over en periode, populationer og andet fra Grønland. Undersøgelser tager så vidt muligt udgangspunkt i lokale data.

*Elevernes selvstændige håndtering af matematiske problemstillinger og opgaver skal stå i centrum for undervisningen.*

*Gennem en eksperimenterende tilgang til matematiske emner, problemstillinger og opgaver skal elevernes matematiske begrebsapparat og innovative evner udvikles. Dette sker blandt andet ved at tilrettelægge nogle forløb, der bygger på den induktive metode, så eleverne får mulighed for selvstændigt at formulere formodninger ud fra konkrete eksempler. Det eksperimenterende element i matematik kan ikke stå alene. Udvalgte emneforløb skal tilrettelægges, så eleverne får en klar forståelse af bevisets betydning i matematisk teori.*

*Der skal lægges stor vægt på matematikkens anvendelser, og eleverne skal indse, hvordan de samme matematiske metoder kan anvendes på vidt forskellige problemstillinger.*

Man kan med fordel anvende en eksperimentel tilgang til en del matematiske emner. Eksempelvis kan eleverne anvende CAS-værktøjer til at undersøge hvad der sker, når størrelserne  $a$  og  $b$  ændres i udtrykket  $f(x) = ax + b$  og tilsvarende med de funktionsudtryk der optræder i 3.2 e). Eleverne kan på den måde erfare sammenhænge og danne deres egne konklusioner om konstanternes betydning for det grafiske forløb.

Denne eksperimentelle tilgang kan danne udgangspunkt for en stringent matematisk behandling af emnerne. Se afsnit 6.2.1. for ideer til eksperimentelle forløb.

#### **4.2 Arbejdsformer**

*I undervisningen skal der vælges varierede arbejdsformer, som bringer eleverne i en aktiv læringsrolle, og som gradvist øger kravene til elevernes selvstændighed. Der skal varieres i forhold*

*til stoffet, men i høj grad også så der tages hensyn til forskellige elevtyper, deres læringsstile og behov. Både elever med undervisnings sproget som førstesprog og som andetsprog skal tilgodeses. Der skal være progression i såvel arbejdsformer og faglige krav som i kravene til elevernes selvstændighed.*

*Arbejdsformerne skal organiseres, så eleverne stifter bekendtskab med klasseundervisning, individuelt arbejde, par- og gruppearbejde. Projektorienteret arbejde og temaopgaver skal indgå som en naturlig del af undervisningen, særfagligt eller i samarbejde med andre fag.*

*Mundtlig fremstilling og skriftligt arbejde skal indgå i undervisningen for at styrke elevernes fagsprog og udtryksform samt støtte deres udvikling af refleksion og evne til kompleks tænkning. Det skriftlige arbejde omfatter opgaveregning, problemløsning, projektrapporter samt andre former for skriftligt arbejde, herunder en mindre redegørelse for et emne eller tema i tilknytning til et undervisningsforløb. Arbejdet foregår både i undervisningen og som hjemmearbejde.*

*It og CAS-værktøjer skal indgå som hjælpemiddel i elevernes arbejde med begrebstilegnelse og problemløsning. I tilrettelæggelsen indgår træning i at anvende værktøjerne til at udføre mere komplicerede beregninger, til håndtering af større datamængder og til at skaffe sig overblik over grafer.*

*På hold, hvor skolen har valgt skriftlig prøveform a) jf. afsnit 5.2 gennemføres et afsluttende projekt i løbet af de sidste 14 dage af undervisningen. Eleven tildeles 12 undervisningstimer til projektet. Projektet udarbejdes individuelt inden for rammerne af et centralt udmeldt tema.*

Skriftligt arbejde kan omfatte udarbejdelse af:

- Journal/logbog
- Afleveringsopgaver
- Træningsøvelser
- Projektrapport
- It-præsentation
- Prøver/test

Det kan være en fordel at læreren ikke blot udarbejder en plan for gennemførelse af det faglige stof, men også planlægger de undervisnings- og arbejdsformer han eller hun vil bruge; hvornår og hvordan. Dette er en hjælp til at huske at få det gjort inden skoleåret er i fuld gang.

### **4.3 Fagsprog**

*Undervisningen skal tilrettelægges, således at der arbejdes systematisk med udvikling af elevernes fagsprog og forståelse og anvendelse af fagets terminologi.*

*Undervisningen skal tilrettelægges, så eleverne gradvis opnår en sikkerhed i forståelse og brug af før-faglige begreber.*

Før-faglige begreber er de ord eller termer, som læreren eller det faglige materiale, bruger til at forklare de centrale grundbegreber og termer i faget med. Det kunne være ord eller termer som: definere, konkludere, argumentere, redegøre, analysere, bevise, udlede m.m. Det skal her påpeges, at der i denne forbindelse selvfølgelig ikke menes de obligatorisk faglige grundbegreber, som definitionsmængde, værdimængde, løsningsmængde osv., som eleverne gennem deltagelse i undervisningen selvfølgelig må forventes at forstå betydningen og anvendelsen af.

### **4.4 Samspil med andre fag**

*Undervisningen skal tilrettelægges, så der i perioder arbejdes tværfagligt og drages paralleller til andre fags vidensområder.*

Adskillige andre fag anvender matematik til problemløsning. Der kan opnås gode resultater ved at flere fagområder kombineres, og eleven ser helheden i sin skolegang, og ikke blot betragter de enkelte fag som adskilt og indbyrdes uafhængige.

Eksempelvis kan der sammen med kemi gennemføres forløb om pH-værdi og logaritmer. I samarbejde med fysik kan gennemføres forløb om afkøling og eksponentielle funktioner.

I afsnit 6.1 og 6.2 findes forslag til tværfaglige forløb.

## **5. Evaluering**

### **5.1 Løbende evaluering**

*Fagets læringsmål og faglige indhold er grundlaget for den løbende evaluering.*



*Den individuelle evaluering tager udgangspunkt i elevens indsats og faglige niveau i den daglige undervisning og i det skriftlige arbejde. Evalueringen giver baggrund for en vurdering af, om der er behov for ændringer af elevens arbejdsindsats og arbejdsmetode, herunder samarbejde med andre elever.*

Til udvikling af bl.a. studiekompetence kan det anbefales at afholde individuelle evalueringssamtaler, hvor det faglige niveau og undervisningen diskuteres, og en handlingsplan for faglig udvikling fastlægges. Undervisningen kan efterfølgende justeres, så der tages størst mulig højde for elevernes forskellige måder at lære på. Hvor der er tale om en progression i kravene til præstationerne, bør evalueringen af det forrige forløb afsluttes med en præcisering af på hvilke områder, der stilles større forventninger til eleven i den kommende periode. Til registrering af aftaler m.m. med eleven/holdet kan læreren anvende en portfolio.

*Den kollektive evaluering tager udgangspunkt i den daglige undervisning. Her vurderer lærer og elever i fællesskab, om der er behov for justeringer og ændringer af arbejdsformer mm., således at fagets læringsmål opfyldes.*

Dette kan gøres ved en samtale i klassen. Erfaringen viser at dette begrænser hvor åbne eleverne tør være, og/eller at det er de mest udadvendte eller de bedst dansk-talende der dominerer.

Der kan laves en skriftlig evaluering, med afkrydsning ”tilfredshedsniveau” af konkrete spørgsmål.

Der kan også laves åbne skriftlige evalueringer, hvor eleverne frit kan skrive sine tanker.

Evaluering kan omfatte elevernes tilfredshed med de anvendte lærebøger, it-værktøjer, undervisningsformer, arbejdsbelastning mm.

## **5.2 Prøveformer**

*Der afholdes en skriftlig og en mundtlig prøve.*

*Skriftlig prøve*

*Skolen vælger ved skoleårets begyndelse for hvert hold en af følgende to prøveformer:*

### *Prøveform a*

*Projektprøve med rapport, som har udgangspunkt i det afsluttende projekt jf. punkt 4.2. Prøven omfatter et mundtligt forsvar.*

*Før det mundtlige forsvar sender skolen et eksemplar af rapporten til censor. Eksaminator og censor drøfter inden det mundtlige forsvar, hvilke problemstillinger eksaminanden skal uddybe.*

*Der gives ingen forberedelsestid og tiden til det mundtlige forsvar er 10 minutter.*

*Det mundtlige forsvar former sig som en samtale mellem eksaminand og eksaminator, med det primære formål at afdække eksaminandens ejerskab til projektrapporten. Ved det mundtlige forsvar må eksaminanden alene medbringe sit projekt samt en eventuel præsentation.*

Underviseren bør i de 12 undervisningstimer ikke give konkrete løsninger eller give klassen undervisning, men bør tage rollen som sparringspartner eller konsulent, der ikke giver svarene, men prøver at guide tankerne i den korrekte retning.

Det anbefales at censor og eksaminator enes om en foreløbig karakter for rapporten, inden eleven forhøres mundtligt. Ved denne eksamensform gives eleven stor mulighed for assistance enten fra underviseren, andre elever eller andre bekendte i løbet af de 14 dage. Derfor stilles krav til at rapporten ikke blot indeholder matematiske beregninger, men selvstændig tankegang og klare beskrivelser af valgte løsningsmetoder, samt at figurer og grafer er forklaret i passende omfang. Indledning, problemformulering og lignende rapportafsnit vil også være med til at vise elevens forståelse og overblik. Der vil typisk være en del af eksamenssættet der indeholder spørgsmål der ikke kan munde ud i ét korrekt facit, men hvor elevens kreativitet skal på bane.

Det er væsentligt at understrege at formålet med de 10 minutters overhøring er at afdække ejerskab. Der skal derfor ikke stilles spørgsmål der går ud over dét der står skrevet i den enkelte elevs rapport. Der er heller ikke grund til at spørge til dele af rapporten hvor der er fejl, for disse dele har eleven jo løst forkert, så de vil trække ned i bedømmelsen.

Ejerskab af rapporten kan undersøges ved spørgsmål som:

- "I opgave 1 e) har du brugt denne formel. Hvad hedder formelen, og hvorfor brugte du dén?"
- "Vil du kort forklare hvordan du har valgt at løse 1 f)?"

Det er ofte tilstrækkeligt med 3 – 4 spørgsmål for at afdække ejerskabet. Hvis hele rapporten eller dele af rapporten tydeligvis er afskrift fra andre, bør dette naturligvis trække ned i karakteren. På den anden side kan der ved den mundtlige overhøring komme ting frem som trækker karakteren op.

Måske har eksaminator og censor overset at en dygtig elev har forklaret sin metode eller sine grafer, blot i et andet afsnit, og derfor måske bør have en højere karakter.

Det er vigtigt, at der ikke kræves at eleven gennemgår dele af beregninger på tavlen, da det skal huskes at dette er en skriftlig eksamen. Elevens mundtlighed undersøges ved en mundtlig eksamen. Der forventes derfor ikke en flydende redegørelse fra eleven, men det forventes naturligvis at eleven kan påvise at det er eget arbejde. Eleven kan med andre ord være fortræffelig på skrift, men have store vanskeligheder ved at formidle mundtligt – den vanskelighed skal eleven ikke straffes for to gange.

Erfaringer har vist at det ikke forbedrer elevens præstation at denne selv præsenterer sit projekt indledningsvis, da eleven typisk ikke rigtig når at sige noget interessant. Det er bedre at eksaminator og censor enes om et par steder hvor der spørges til indholdet, og hvor korte elevsvar er tilstrækkelige. Efter afsluttende votering orienteres eleven om sin skriftlige eksamenskarakter.

### Prøveform b

*Skriftlig prøve på grundlag af et centralt stillet opgavesæt, som består af en række opgaver stillet inden for kernestoffet. Prøvens varighed er 4 timer*

*Prøven er todelt. Første delprøve skal besvares uden brug af andre end særligt tilladte hjælpemidler, der i forvejen er meddelt eleverne. Efter udløbet af første delprøve afleveres besvarelsen heraf.*

*Under den anden del af prøverne er opgaverne udarbejdet ud fra den forudsætning, at eksaminanden råder over CAS-værktøjer, der kan udføre symbolmanipulation.*

Der kan være opgaver hvor eleverne i et delspørgsmål skal anvende resultatet af et tidligere delspørgsmål. I den forbindelse er det vigtigt at eleverne fortælles at hvis de mangler et sådant resultat, kan der stadig opnås delvis eller fuld besvarelse for senere delspørgsmål, ved at komme med et fornuftigt forslag til et svar, der kan arbejdes videre med. Eleverne skal også informeres i undervisningen om at brugen af CAS ikke betyder at mellemregninger kan udelades. Elevens tankegang skal stadig tydeligt fremgå, eksempelvis ved mellemregninger og argumenter i tekst.

### Mundtlig prøve

*Hvis projektprøven (a) er valgt som skriftlig prøve, skal den mundtlige prøve tilrettelægges, så samme censor deltager både i det mundtlige forsvar ved projektprøven og den mundtlige prøve.*

*Prøven afholdes på grundlag af opgaver, der skal være kendt af eleverne inden prøven. Opgaverne skal hver for sig indeholde et overordnet emne og indeholde et antal spørgsmål. Opgaverne skal tilsammen dække såvel kernestof som supplerende stof. De gennemførte projektforsøg og temaopgaver med tilhørende elevrapporter skal inddrages i opgaverne.*

*Der gives ca. 24 minutters forberedelsestid, og eksaminationstiden er ca. 24 minutter pr. eksaminand.*

*Prøven er todelt. Første del af prøven består af eksaminandens præsentation af sit svar på de spørgsmål, der er indeholdt i opgaven og uddybende spørgsmål fra eksaminator. Anden del former sig som en samtale mellem eksaminand og eksaminator med udgangspunkt i opgavens overordnede emne.*

Det er vigtigt, at eleverne gøres klart hvordan forberedelsestiden bedst udnyttes. Eksempelvis vil det næppe forbedre elevens præstation at medbringe lange og mange notater. Oplæsning af papir eller powerpoint-præsentation fortæller heller ikke meget om elevens kundskaber. Eleven kan støtte sig til en PC ved visualisering af løsning af en problemstilling, hvis eleven finder det relevant.

### **5.3 Bedømmelseskriterier**

*Bedømmelsen af både den skriftlige og den mundtlige prøve foretages ud fra, i hvor høj grad eksaminanden opfylder fagets læringsmål.*

*Ved projektprøven lægges vægt på at eksaminanden kan:*

- a) anvende matematiske teorier og metoder til løsning af problemer med udgangspunkt i teoretiske og praktiske forhold,*
- b) opstille og behandle matematiske modeller samt vise resultater,*
- c) fremstille og strukturere overskuelig dokumentation,*
- d) veksle mellem et matematisk begrebs forskellige repræsentationer og*
- e) formulere sig i og skifte mellem det matematiske symbolsprog og det daglige skrevne sprog.*

*Der gives én karakter på grundlag af en helhedsvurdering af projektet.*

*Ved den skriftlige prøve lægges vægt på at eksaminanden kan:*

- a) opstille, anvende og vurdere matematiske modeller og metoder til problemløsning,*
- b) anvende it-hjælpe midler på en hensigtsmæssig måde*
- c) anvende fagets terminologi, og*
- d) formidle ræsonnementer og resultater.*

Der gives én karakter på grundlag af en helhedsvurdering af den skriftlige præstation.

Ved den mundtlige prøve lægges vægt på at eksaminanden kan:

- a) gøre rede for et matematisk emne,
- b) gennemføre matematiske ræsonnementer,
- c) anvende fagets terminologi og metoder, og
- d) formidle fagligt stof.

Der gives én karakter på grundlag af en helhedsvurdering af den mundtlige præstation.

I skrivende stund, benyttes 7-trinsskalaen GGS i Grønland. Yderligere info om karakterskalaen kan findes på internettet. Karakterskalaen er karakteriseret ved at operere med et fejl- og mangelbegreb. Man skal altså bedømme i hvor høj grad en elev har opnået slutmålene for faget.

Nedenfor er angivet retningslinjer for opnåelse af karaktererne 12, 7 og 02 i matematik A.

Beskrivelsen er naturligvis ikke udtømmende, og man skal derfor ved bedømmelsen fokusere på i hvor høj grad eleven har opnået de kompetencer, der er beskrevet i afsnit 3.1 (læringsmål).

Beskrivelsen kan hjælpe læreren til løbende vurdering af elevernes standpunkt, og hvad der kræves af skriftlige afleveringer, samt sikre at det rette niveau nås.

Karakter	Beskrivelse	Matematik B - skriftlig
12 Den fremragende præstation	Karakteren 12 gives for den fremragende præstation, der demonstrerer udtømmende opfyldelse af fagets mål, med ingen eller kun få uvæsentlige mangler	Eleven kan gøre rede for og anvende modeller, herunder gøre rede for disses gyldighedsområde. Eleven vælger og anvender med stor sikkerhed hensigtsmæssige metoder til besvarelser af de givne matematiske problemer. Eleven kan med stor sikkerhed disponere og bruge figurer og symbolsprog, således at tankegangen fremgår klart. IT-værktøjer bruges sikkert og hensigtsmæssigt. Der er kun ubetydelige mangler i elevens viden og færdigheder.
7 Den gode præstation	Karakteren 7 gives for den gode præstation, der demonstrerer opfyldelse af fagets mål, med en del mangler	Eleven demonstrerer viden om anvendelse af matematiske modeller. Eleven demonstrerer viden om vigtige metoder til behandling af forelagte matematiske problemer. Eleven kan udforme en opgavebesvarelse med god sammenhæng inden for de enkelte spørgsmål og med en god brug af figurer og symbolsprog. IT-værktøjer bruges hensigtsmæssigt i de fleste

		sammenhænge. Eleven demonstrerer viden om og gode færdigheder inden for adskillige felter.
02 Den tilstrækkelige præstation	Karakteren 02 gives for den tilstrækkelige præstation, der demonstrerer den minimalt acceptable grad af opfyldelse af fagets mål	Eleven demonstrerer elementært kendskab til simple matematiske modeller. Eleven demonstrerer nogen kendskab til fremgangsmåder i behandlingen af simple matematiske problemer. Eleven kan anvende simple formler, men udformer en noget usammenhængende besvarelse med en beskedent inddragelse af figurer og en noget upræcis anvendelse af symboler. IT-værktøjer kan anvendes til løsning af simple opgavetyper. Eleven demonstrerer elementær viden og elementære færdigheder inden for flere felter.

<b>Karakter</b>	<b>Beskrivelse</b>	<b>Matematik B - mundtlig</b>
12 Den fremragende præstation	Karakteren 12 gives for den fremragende præstation, der demonstrerer udtømmende opfyldelse af fagets mål, med ingen eller kun få uvæsentlige mangler	Eleven kan bevæge sig mellem fagets teoretiske og praktiske sider i forbindelse med modellering og problembehandling. Eleven kan forholde sig reflekterende til modellens struktur og deres gyldighedsområder. Eleven demonstrerer indsigt i matematisk ræsonnement og teori Eleven kan fremlægge velstruktureret og udtrykke sig klart med sikker anvendelse af matematisk terminologi. Eleven demonstrerer overblik over et område af matematik eller viden om et område, hvor matematik anvendes i samspil med andre fag.
7 Den gode præstation	Karakteren 7 gives for den gode præstation, der demonstrerer opfyldelse af fagets mål, med en del mangler	Eleven kan redegøre for karakteristiske træk ved foreliggende matematiske modeller og diskutere gyldighedsområder for disse. Eleven kan præsentere de vigtigste trin i behandling af et simpelt matematisk problem. Eleven kan gennemføre hovedlinjerne i et simpelt matematisk ræsonnement Eleven kan fremlægge sammenhængende med et godt kendskab til matematisk terminologi Eleven demonstrerer viden om et område af matematik, eller viden om simple anvendelser af matematik i samspil med andre fag.

02 Den tilstrækkelige præstation	Karakteren 02 gives for den tilstrækkelige præstation, der demonstrerer den minimalt acceptable grad af opfyldelse af fagets mål	Eleven kan, med en del usikkerhed, indgå i en faglig dialog om simple matematiske modeller. Eleven demonstrerer i en samtale kendskab til fremgangsmåden i behandlingen af et simpelt matematisk problem. Eleven demonstrerer i en samtale kendskab til enkelte aspekter i et simpelt matematisk ræsonnement Eleven kan anvende simple matematiske formler, men fremlægger noget usammenhængende og mangler præcision i matematisk terminologi. Eleven demonstrerer i en samtale kendskab til et område af matematik eller til simple anvendelser af matematik i samspil med andre fag.
-------------------------------------	--	---

## 6.1 Eksempler på projekter og temaopgaver

### 1. Simulering af radioaktivt henfald

Materialer: Et stort antal terninger, mindst 100.

Forudsætning: En terning (kerne) er henfaldet hvis udfaldet for eksempel bliver en 6'er.

Fremgangsmåde: Lad en elev kaste med 100 terninger og lad en anden fjerne 6'erne mens en tredje elev noterer sig antal tilbageværende terninger (kerner). Dette gentages ca. ti gange.

Antal tilbageværende terninger afbildes i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem som funktion af antallet af kast. Hvordan ser grafen ud? Tegn bedste rette linje og bestem eventuelt en regneforskrift.

Gentag eventuelt eksperimentet ved at fjerne både 5'ere og 6'ere efter hvert kast.

Denne lille temaopgave kan lægges i starten af et forløb med eksponentiel udvikling.

Niveau: C

### 2. Det gyldne snit

Dette lille forløb kan laves sammen med billedkunst og lægges i forbindelse med gennemgang af andengradsligningen.

I matematik defineres det gyldne snit og det bestemmes ved løsning af en given andengradsligning. Der kan gives eksempler på, hvor man i matematikken finder det gyldne snit. Hvis trigonometri er gennemgået kan man se på et bevis for, at forholdet mellem en diagonal og en side i en pentagon er lig med det gyldne snit

I billedkunst kan man se hvor det gyldne snit er anvendt i kunst og arkitektur. Ud fra kopier af konkrete kunstværker kan eleverne indsætte gyldne snit på værket og drage konklusioner derfra.

En god webadresse: <http://www.maths.surrey.ac.uk/hosted-sites/R.Knott/Fibonacci/fibInArt.html>

Niveau: B

### 3. Matematikken i et strengeinstrument

Dette projekt har både en eksperimentel og en teoretisk del. Man kan eventuelt vælge en af delene.

Materialer: Et strengeinstrument, gerne en guitar, og et målebånd.

Eksperimentel del: Lad eleverne måle længden af en løs streng fra stol til hoved, hvilket også kan kaldes bånd nr. 0. Dernæst måles afstanden fra stol til bånd nr. 1. Således fortsættes med et passende antal bånd. Målingerne indsættes i et skema og længden som funktion af båndnummeret indsættes i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem, for eksempel i programmet Graph, og en regneforskrift bestemmes ved eksponentiel regression.

Den teoretiske del anvender emner fra både musik og fysik. Disse kan enten blive refereret til eller man kan lave et tværfagligt forløb sammen med musik og fysik.

Bidrag fra musik: Toneskala, tonernes navne, oktav, overtoner, den veltempererede skala.

Bidrag fra fysik: Frekvens  $f$ , bølgelængde  $\lambda$ , svingninger, stående bølger, grundsvingning, overtoner, den svingende streng,  $\lambda \cdot f = \text{konstant}$  for en given streng med fast stemning, bestemmelse af frekvens for svingende streng ved hjælp af stroboskoplampe.

Teoretisk del: Grundlaget for den matematiske behandling er den veltempererede skala, som er dannet ved at forholdet mellem frekvenserne for to på hinanden følgende toner er konstant, samt at der gælder  $\lambda \cdot f = \text{konstant}$ . Herved kan en forskrift for afstanden fra stolen til det  $n$ 'te bånd findes. Sammenlign forskriften med den fundet i den eksperimentelle del.



Niveau: B

#### 4. Afkøling med anvendelser

I mange kriminalfilm ser man retsmedicinere forsøge at bestemme dødstidspunktet for en afdød ved at måle den øjeblikkelige legemstemperatur. Men hvordan kan denne temperatur hjælpe med til bestemmelse af dødstidspunktet? Det skal dette projekt søge at belyse.

Først laves et lille eksperiment, hvor der måles på en kande med opvarmet vand. Rumtemperaturen måles med et termometer. Derpå måles temperaturen af vandet i kanden og et stopur startes. Temperaturen af vandet i kanden måles nu med jævne tidsrum, tid og temperatur indføres i et skema. Der laves en ekstra søjle eller række i skemaet hvor forskellen mellem den målte temperatur og rumtemperaturen noteres. Forsøges stoppes når den målte temperatur er nær rumtemperaturen.

Der laves eksponentiel regression på forskellen mellem vandtemperatur og rumtemperatur og den målte tid. En forskrift for vandets temperatur som funktion af tiden skrives op ved hjælp af den anvendte regression. Hvordan kan rumtemperaturen og vandets begyndelsestemperatur findes af forskriften?

Temperaturen af vandet,  $T(t)$ , kan således bestemmes af et udtryk  $T(t) = T_0 + b \cdot a^t$ , hvor  $T_0$  betegner rumtemperaturen.

En krop består hovedsageligt af vand, så ovenstående model kan anvendes som en approksimation.

Konkret bestemmelse af dødstidspunkt: Hvis der er muligt, så kan man kontakte en fanger som har skudt en sæl. Mål rumtemperaturen, eller omgivelsernes temperatur hvis det foregår udenfor. Mål derpå sælens indre temperatur (spørg fangeren eller en biologilærer om assistance) og notér

tidspunktet,  $t_1$ . Vent et stykke tid, måske omkring en time, og mål den indre temperatur igen og notér tidspunktet  $t_2$ . Tallene  $a$  og  $b$  bestemmes ud fra de to målinger foretaget på sælen.

Spørg en biologilærer om kropstemperaturen for en sæl. Kaldes denne  $T_K$ , findes dødstidspunktet for sælen som  $t_{\text{død}} = t_1 - t_K$ , hvor  $t_K$  er løsning til ligningen  $T(t) = T_K$ .

Det er muligt at lave et tværfagligt forløb med biologi. Her kan man se nærmere på mere præcise metoder til bestemmelse af dødstidspunkter. Eventuelt kan man søge oplysninger hos Retsmedicinsk Institut i København.

I episoden ” Assistancemelding A-6/01” fra tv-serien Rejseholdet høres retsmediciner Jan Boysen bruge følgende tommelfingerregel: Kroppens temperatur hos en afdød aftager med  $1,5\text{ }^\circ\text{C}$  i timen.

Kommentér Boysens tommelfingerregel. Hvilken model bruger han?

Den pågældende episode fra Rejseholdet kan vises på et tidspunkt i forløbet.

Niveau: B

### 5. Matematikken i Per Nørgårds Rejsen ind i den gyldne skærm

Dette forløb er ganske kort og lægger op til samarbejde mellem matematik og musik.

Eleverne finder begrebet ”uendelighedsrækken” på nettet. De skal forklare hvordan denne dannes rekursivt. I stykket Rejsen ind i den gyldne skærm anvender Per Nørgård netop denne række. Musiklæreren kan uddele noder til stykket og eleverne kan finde den matematiske struktur fra uendelighedsrækken ved at tælle takter. Forløbet afsluttes med at lytte til stykket.

Forslag til websted: <http://www.pernoergaard.dk/eng/strukturer/uendelig/ukonstruktion.html>

Niveau: B

## 6.2 Webadresser

### 6.2.1 Nyttige adresser

Matematiklærerforeningen. Her findes bl.a. tidligere stillede eksamensopgaver i matematik fra før reformen i Danmark og fra Færøerne. Desuden findes en række nyttige links:

<http://www.uvmat.dk/>

Matematiksider på EMU. Her findes masser af inspiration til forløb, både særfagligt og tværfagligt:

<http://www.emu.dk/gym/fag/ma/>

PMHs interaktive javasider:

<http://www.uvmat.dk/pmh/Ommatm.htm>

Her kan hentes ideer til forløb med eksperimentel tilgang til matematik:

<http://www.emu.dk/gym/fag/ma/XM/xmm-bog.pdf>

Her kan hentes rapporter og ideer til modellering:

<http://magenta.ruc.dk/nsm/uddannelser/gymnasielaerer/>

Flemming Pedersens hjemmeside med forslag til temaopgaver og projekter samt andet godt:

<http://www.fpmat.dk/>

Undervisningsvejledninger for B-niveau i Danmark:

Vejledning stx DK gammel:

[http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Gym/PDF08/Vejledninger/stx/080701\\_matematik\\_B\\_stx\\_vejledning.ashx](http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Gym/PDF08/Vejledninger/stx/080701_matematik_B_stx_vejledning.ashx)

Vejledning stx DK. ny:

[http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Gym/PDF10/Vejledninger%20til%20laereplaner/Stx/100806\\_vejl\\_matematik\\_B\\_stx.ashx](http://www.uvm.dk/~media/Files/Udd/Gym/PDF10/Vejledninger%20til%20laereplaner/Stx/100806_vejl_matematik_B_stx.ashx)

### **6.2.2 Tværfagligt samarbejde**

Samarbejde mellem matematik (statistik) og samfundsfag samt mellem matematik og biologi:

<http://www.uvmat.dk/mabimasa/index.htm>

<http://www.emu.dk/gym/fag/ma/undervisningsforloeb/mat-samf/mat-samf.html>

<http://www.emu.dk/gym/fag/ma/undervisningsforloeb/mat-bio/mat-bio.html>

Samarbejde mellem matematik og kemi:

<http://www.emu.dk/gym/fag/ma/undervisningsforloeb/mat-kemi/fagsamarbejde-mat-kemi.pdf>

### **6.2.3 Software**

På nedenstående adresser kan man hente små matematikprogrammer.

Graph:

<http://www.padowan.dk/graph/Download.php>

GeoGebra:

<http://www.emu.dk/gsk/fag/mat/fagtema/geometri/geogebra.html>

Deskriptiv statistik ver. 4.0:

<http://eh-mat.dk/statistik.html>